

## Meeresspiegel steigt schneller als gedacht<sup>1</sup>

*Der Meeresspiegel steigt jedes Jahr etwas schneller - und der Zuwachs könnte bis zum Jahr 2100 mehr als das Doppelte bisheriger Prognosen erreichen. Das haben Wissenschaftler anhand von Satellitenmessungen errechnet. Seit 1993 stieg der Meeresspiegel im weltweiten Durchschnitt jährlich um etwa 3 Millimeter.*

*Die nun gemessene Beschleunigung könnte dazu führen, dass der Anstieg im Jahr 2100 zehn Millimeter pro Jahr beträgt. Das berichtet die Forschergruppe um Steve Nerem von der University of Colorado in Boulder. Bis zum Ende des Jahrhunderts könnte demnach der Durchschnittspegel an den Küsten um 65 Zentimeter höher liegen als 2005.*

*Die Wissenschaftler berücksichtigten verschiedene Faktoren, die den globalen Meeresspiegel beeinflussen, wie z.B. das Klimaphänomen El Nino im Pazifik. Nach Berücksichtigung aller Daten errechnete das Team eine jährliche Beschleunigung des Globalen Meeresspiegelanstiegs um 0,08 Millimeter. Es ergibt sich also eine exponentielle Kurve mit stets zunehmenden Anstiegsraten.*

nach Frankfurter Rundschau vom 17.2.2018

1) In dem obigen Text sind verschiedene Größen erwähnt: die Meeresspiegelhöhe (in Bezug auf einen festen Nullpunkt), die jährliche Steigerung, die Beschleunigung. Geben Sie zu allen drei Größen passende Einheiten an.

2) Die Tabelle rechts enthält nur einen kleinen Teil der Daten, die den Forschern zur Verfügung standen. Daher können unsere Untersuchungen nicht genau mit denen der Forscher übereinstimmen.

a) Zeichnen Sie mit einem geeigneten Hilfsmittel ein Punktediagramm, setzen sie dazu am besten  $t = 0$  für 1992.

b) Lassen Sie sich eine quadratische Trendlinie einzeichnen (wie es auch die Forscher taten) und überprüfen Sie mit Hilfe dieser Funktion die im Zeitungsbericht angegebenen Prognosen.

c) Untersuchen Sie zum Vergleich auch eine lineare Prognose.

3) Nehmen Sie Stellung zu folgenden Aussagen:

a) *Es ergibt sich also eine exponentielle Kurve mit stets zunehmenden Anstiegsraten.* (FR)

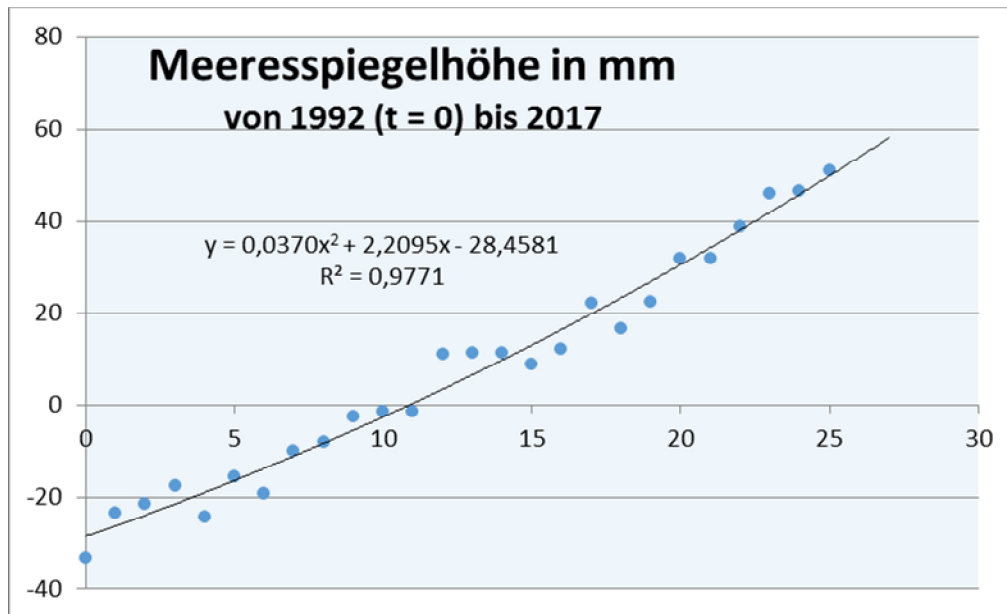
b) *Die Beschleunigung entspricht dem Doppelten des quadratischen Koeffizienten.* (aus dem Originalbeitrag)

letzte Messung im Jahr	Meeresspiegel mm
1992	-33,1
1993	-23,5
1994	-21,6
1995	-17,6
1996	-24,3
1997	-15,6
1998	-19,2
1999	-10,1
2000	-8,2
2001	-2,6
2002	-1,5
2003	-1,6
2004	11,0
2005	11,4
2006	11,2
2007	8,7
2008	12,1
2009	22,1
2010	16,6
2011	22,4
2012	31,9
2013	31,7
2014	38,8
2015	45,9
2016	46,6
2017	50,9

<sup>1</sup> Original-Beitrag: <http://www.pnas.org/content/early/2018/02/06/1717312115.full.pdf>

Lösungshinweise:

- 1) Meeresspiegelhöhe in mm; jährliche Steigung in mm/Jahr; Beschleunigung in mm/Jahr<sup>2</sup> (im Text ist also die Einheit dazu falsch)
- 2) a) und b)



i) „Der Anstieg beträgt im Jahr 2100 10 mm/Jahr“

$f'(x) = 0,074x + 2,2095$  ist die Ableitungsfunktion und beschreibt die jährliche Steigung.

$$f'(108) = 11,16$$

Der berechnete Wert 11,16 mm/Jahr liegt etwas oberhalb der 10 mm/Jahr.

ii) „der Durchschnittspegel an den Küsten um 65 Zentimeter höher liegen als 2005“

Differenz der Höhen von 2100 (t = 108) und 2005 (t=13), mit der quadratischen Modellierungsfunktion erhält man:  $f(108) - f(13) = 641,7\text{mm} - 6,5\text{mm} = 635,2\text{ mm}$   
Hier liegt der prognostizierte Anstieg etwas unter den angegebenen 65 cm.

iii) „errechnete das Team eine jährliche Beschleunigung des globalen Meeresspiegelanstiegs um 0,08 Millimeter“

Die Beschleunigung entspricht der 2. Ableitungsfunktion  $f''(x) = 0,074$ .

Hintergrundinformation: Das Forscherteam ermittelt hier 0,097 mm/Jahr<sup>2</sup>. Danach rechnet es verschiedene Effekte (wie z.B. den Ausbruch des Pinatubo und El-Nino-Effekte heraus) und kommt dann auf eine durch Klimawandel basierte Beschleunigung von 0,084 mm/Jahr<sup>2</sup>.

2c) Die lineare Trendgerade hat die Gleichung  $y = 3,1336x - 32,155$ .

Diese Trendgerade belegt die Aussage, dass der Meeresspiegel im weltweiten Durchschnitt jährlich um etwa 3 mm steigt. Mit dieser konstanten Erhöhung liegt der mittlere globale Meeresspiegel im Jahr 2100 etwa 30 cm höher als 2005 (306,3mm – 8,6 mm). Das ist weniger als die Hälfte von dem, was die Forscher bei steigender Änderungsrate vorhersagen.

Die Gründe für die Abweichung könnten darin liegen, dass wir hier nur mit 25 statt der fast 900 Messwerte arbeiten.

Hintergrundinformation: Der Korrelationskoeffizient ( $R^2 = 0,971$ ) für den linearen Trend ist nur unwesentlich schlechter als bei der quadratischen Regression ( $R^2 = 0,9771$ ).

Die Forscher zitieren aber Studien, in denen schon vorher festgestellt wurde, dass die Änderungsraten steigen. Sie selbst halten die quadratische Annahme für eine sehr konservative Schätzung. („This projection of future sea-level rise is based only on the satellite-observed changes over the last 25 y, assuming that sea level changes similarly in the future. If

*sea level begins changing more rapidly, for example due to rapid changes in ice sheet dynamics, then this simple extrapolation will likely represent a conservative lower bound on future sea-level change.“)*

3) a) Diese Aussage ist falsch. Die Änderungsraten steigen linear, das ist ein Kennzeichen eines quadratischen Zusammenhangs. Bei einem exponentiellen Prozess sind die Änderungsraten proportional zur Ausgangsfunktion. Das bedeutet, die Ableitungsfunktion ist wiederum eine Exponentialfunktion und die Beschleunigung nicht konstant. Hintergrundinformation: Wenn man alle Werte um 30 mm anhebt (man wählt also einfach einen anderen Bezugspunkt), hat man eine Datenwolke, durch die man auch eine exponentielle Trendfunktion legen kann. Der Korrelationskoeffizient ( $R^2 = 0,8972$ ) ist aber schlechter als bei der quadratischen Regression.

3b) Diese Aussage ist schon unter 2a) und b) iii) bestätigt worden.

### **Kommentar zum ABdM 4/2018**

Das Thema rauschte Mitte Februar durch den Zeitungsblätterwald. Es geht uns und mehr noch unsere Schülerinnen und Schüler an. Die Bearbeitung des Arbeitsblattes passt in den Analysis-Unterricht in der Oberstufe. Ableitungsfunktionen sollten bekannt sein. Wenn die Schülerinnen und Schüler den Begriff der Beschleunigung aus dem Physik- oder Mathematikunterricht kennen, erleichtert das das Verständnis in der Sachsituation. Für die Bestimmung der Trendfunktionen ist ein geeignetes Werkzeug (Tabellenkalkulation oder graphischer Taschenrechner) nötig.

