

Die Osterformel von Carl Friedrich Gauß

Infos: www.mued.de

Im Gegensatz zu Weihnachten ist Ostern jedes Jahr an einem anderen Datum, manchmal schon im März, manchmal erst Ende April. Das liegt daran, dass Ostern stets am ersten Sonntag nach dem ersten Vollmond nach Frühlingsanfang liegt. Diese Festlegung wurde von den Kirchenvätern auf dem Konzil von Niceae, das der römische Kaiser Konstantin einberufen hatte, im Jahre 325 getroffen. Die Festlegung war für die Astronomen allerdings ziemlich problematisch und sie stellten lange sehr komplizierte Berechnungen an, um herauszufinden, wie man im Voraus berechnen kann, wann der erste Vollmond im Frühling ist.

Der Frühlingsanfang kann entweder astronomisch, meteorologisch oder phänologisch (nach dem Entwicklungsstand der Pflanzen) bestimmt werden.

Astronomisch wird er durch das Äquinoktium (Tag-und-Nacht-Gleiche) festgelegt. Dieser Zeitpunkt variiert und fällt, abhängig unter anderem vom Abstand zum letzten Schaltjahr, auf der Nordhalbkugel auf den 20. oder 21. März.

Wenn nun direkt am darauffolgenden Tag (nach dem 20. März) Vollmond ist und dieser Tag auch noch ein Samstag ist, ist Ostern bereits am 22. März. 1918 war Ostern zum letzten Mal an diesem frühen Termin. Das nächste Mal werden wir wohl alle nicht mehr erleben, denn erst im Jahr 2258 wird Ostern wieder am 22. März sein.

Das späteste Datum

Frühlingsanfang: 21. März, zugleich Vollmond

Zwischen zwei Vollmonden liegen im Mittel rund 29,5 Tage.

Der nächste Vollmond: 21. März + 29 Tage = 19. April

Ist das ein Sonntag, dann liegt Ostersonntag erst am 26. April.

Wenn dieser Fall eintritt, wird Ostern auf Wunsch der Kirche um eine Woche auf den 19. April voverlegt. Der späteste Ostertermin, den es gibt, ist also der 25. April. 1943 war Ostern an diesem Tag und erst im Jahr 2038 wird Ostern wieder an diesem letzt-möglichen Tag sein.

Im Jahr 2017 ist Ostern am 16. April.

Vom Ostertermin aus lassen sich die anderen "Frühjahrsfeiertage" leicht berechnen:

Aschermittwoch ⇒ 46 Tage vor Ostern

Christi Himmelfahrt ⇒ 39 Tage nach Ostern

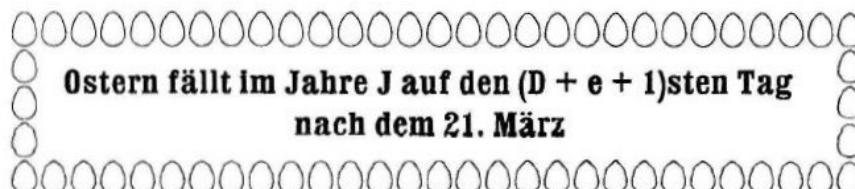
Pfingsten ⇒ 49 Tage nach Ostern

Fronleichnam ⇒ 60 Tage nach Ostern

Doch wie lässt sich der Ostertermin nun solange im Voraus berechnen?

Dem berühmten Mathematiker Carl Friedrich Gauß ist es im Jahr 1800 gelungen, eine Formel zu entwickeln, die so genau ist, dass sich erst für das Jahr 8202 eine Fehlbe-rechnung bemerkbar macht. Aber bis dahin ist es ja noch etwas hin.

Seine Osterformel lautet:



Auf den ersten Blick sieht diese Formel sehr einfach aus, doch zunächst einmal muss man D und e berechnen und das ist nicht ganz so einfach.
Dazu braucht man zunächst einmal folgende mathematische Kenntnisse:

$$a = J \bmod 19$$

Gesprochen:
a gleich J
modulo 19

heißt \Rightarrow Teile die Jahreszahl J durch 19 und a ist der Rest, der bei der Division übrig bleibt.

Beispiel: $a = 2005 \bmod 19$
 $2005 : 19 = 105 \text{ Rest } 10$
 $a = 10$

$$[15 : 4] = 3$$

Gesprochen:
Integer von
 $15 : 4$

heißt \Rightarrow Berechne 15 geteilt durch 4 und lass die Stellen hinter dem Komma einfach weg.

Beispiel: $15 : 4 = 3,75$
 $[15 : 4] = 3$
 Achtung: Es wird nicht gerundet, sondern die Stellen werden einfach weggelassen.

Jetzt geht es ans Rechnen:

$$a = J \bmod 19$$

$$b = J \bmod 4$$

$$c = J \bmod 7$$

$$m = \left[\frac{8 \cdot \left[\frac{J}{100} \right] + 13}{25} \right] - 2$$

$$s = \left[\frac{J}{100} \right] - \left[\frac{J}{400} \right] - 2$$

$$M = (15 + s - m) \bmod 30$$

$$N = (6 + s) \bmod 7$$

$$d = (M + 19 \cdot a) \bmod 30$$

$$D = 28, \text{ falls } d = 29 \text{ oder}$$

$$D = 27, \text{ falls } d = 28 \text{ und } a \geq 11 \text{ oder}$$

$$D = d \text{ für alle anderen Fälle}$$

$$e = (2 \cdot b + 4 \cdot c + 6 \cdot D + N) \bmod 7$$

Der Rest ist nun ganz einfach:

$$21. \text{ März} + (D + e + 1) \text{ Tage} = \text{Ostersonntag}$$

Berechne den Ostertermin dieses Jahres.

(von Ulla Bohr)

BEARBEITUNG

$$a = 2017 \bmod 19 = 3$$

$$b = 2017 \bmod 4 = 1$$

$$c = 2017 \bmod 7 = 1$$

$$\left[\frac{J}{100} \right] = 20; \left[\frac{J}{400} \right] = 5; m = \left[\frac{8 \cdot 20 + 13}{25} \right] - 2 = 6 - 2 = 4$$

$$s = 20 - 5 - 2 = 13$$

$$M = (15 + 13 - 4) \bmod 30 = 24$$

$$N = (6 + 13) \bmod 7 = 5$$

$$d = (24 + 19 \cdot 3) \bmod 30 = 21$$

$$D = 21$$

$$e = (2 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 6 \cdot 21 + 5) \bmod 7 = 4$$

21. März + (21 + 4 + 1) Tage = 21. März + 26 Tage = 16. April

KOMMENTAR ZUM ABDM APRIL

Der Ostertermin variiert stark: 27.03.16, 16.04.17, 01.04.18; frühestens 22.03., spätestens am 25.04.. Die langfristige Vorhersage des Termins ist schwierig, da er einem Lunisolarkalender entspringt, der sowohl Sonnen- als auch Mondkalender integriert. Aber Gauß hat sich daran gemacht, ein Rechenverfahren zu entwickeln ...

Passend zu den bevorstehenden Osterferien können Sie Ihre Schülerinnen und Schüler mit modulo und Gauß-Klammern rechnen lassen. Das ist langwierig, aber im Prinzip nicht schwer, geht ab Klasse 8.